

정보통신과 AI

연준모

- 개요
- 정보통신과 딥러닝
- PINN 기초 개념들
- 결과 미리보기
- PINN 직접 해보기

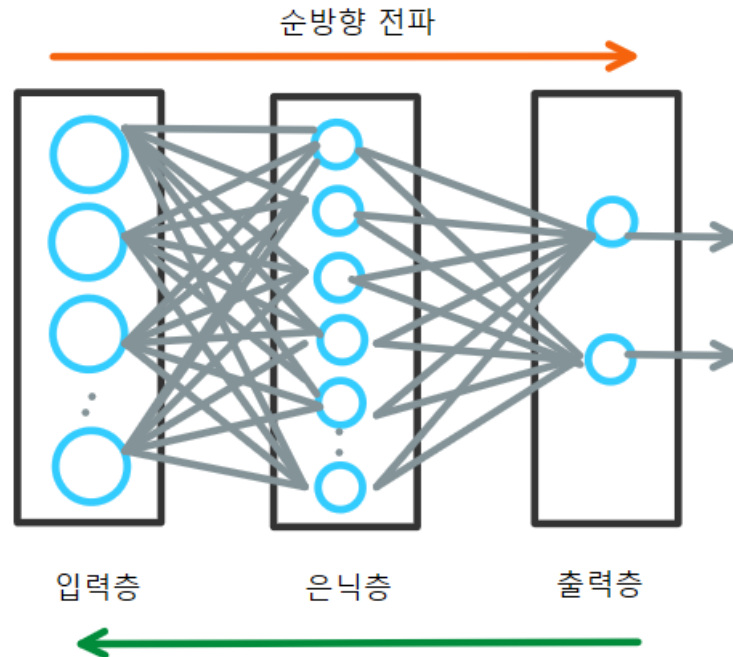
1. 개요

지난 주 내용

AI 시대의 시작



AI의 작동 원리



정보통신과 AI

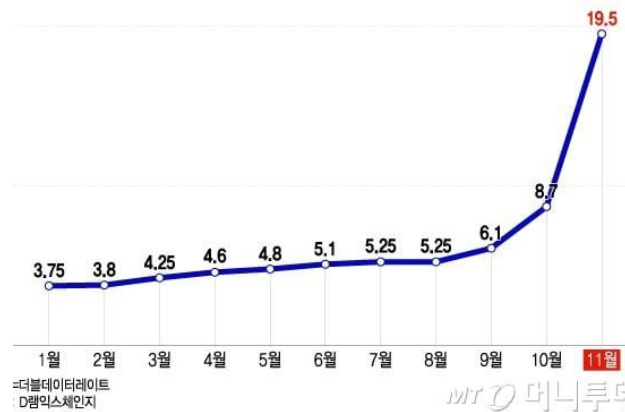


정보통신과 PINN

이미 정의되어 있는 식. 알고리즘이 더 유리한 상황
AI가 끼어들 틈은?

알고리즘으로 계산하기에는 연산량이 지나치게 많아 컴퓨팅 자원이 부족한 경우

R5 16Gb 고정거래가격 추이 (단위: 달러)



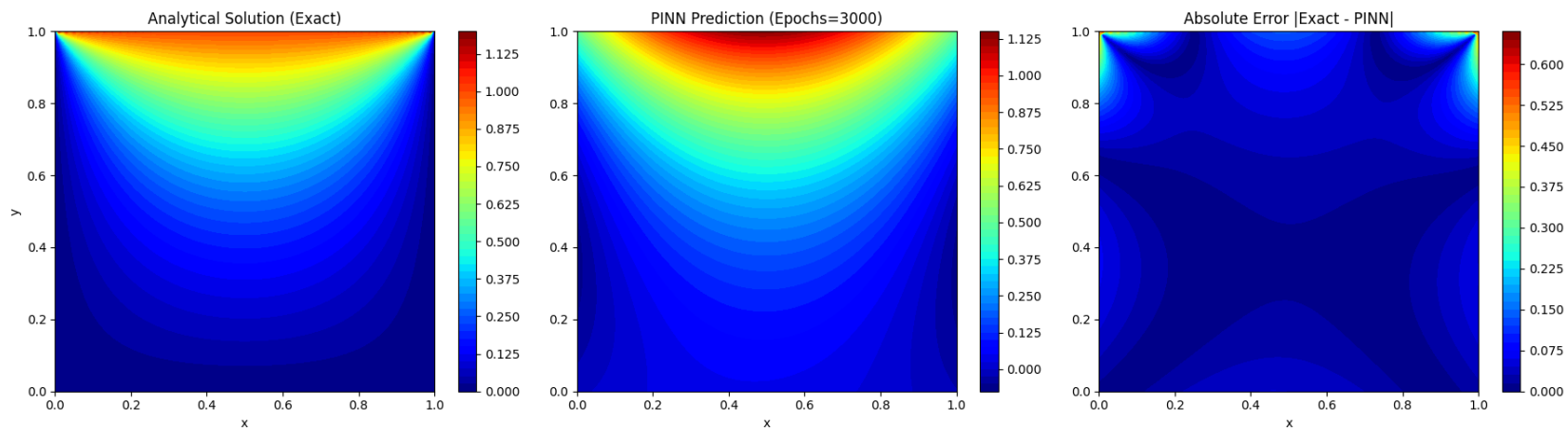
자 그러면 어떤 식이 정보통신의 근간이 되어 있을까?

1. 개요

라플라스

$$\nabla^2 V = 0$$

공간 내부에 '소스가 없는 상태 $\rho = 0$



1. 개요

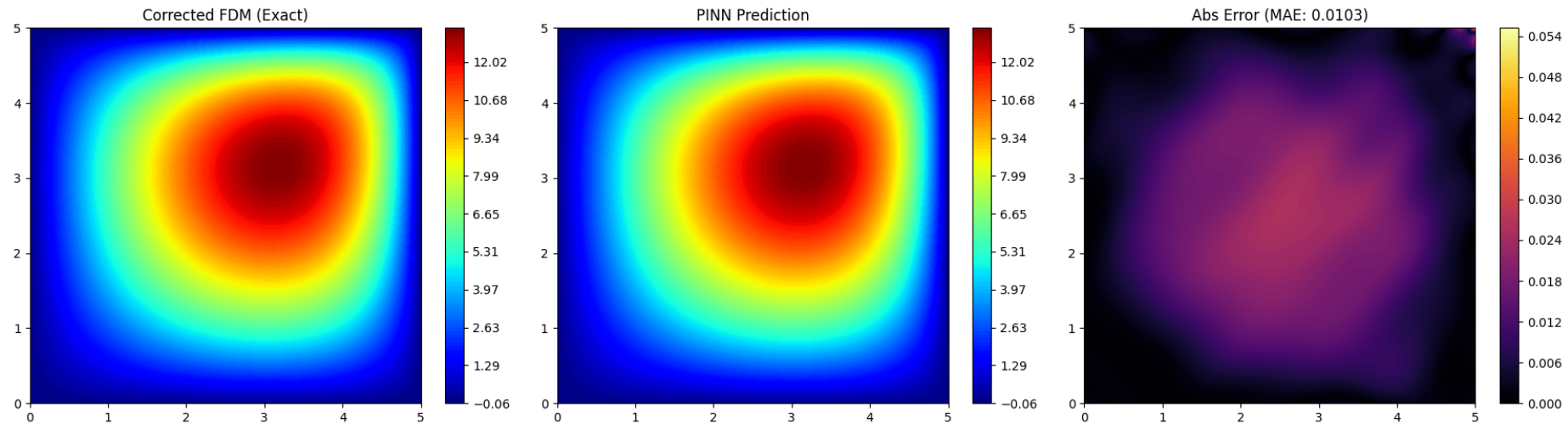
푸아송

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

V: 전위 Potential

ρ : 전하 밀도 Source

ϵ : 유전율



공간 상에 소스가 존재할 때, 그 주변으로 퍼져나가는 장 Field 의 분포를 설명하는 식

1. 개요

헬름홀츠

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0$$

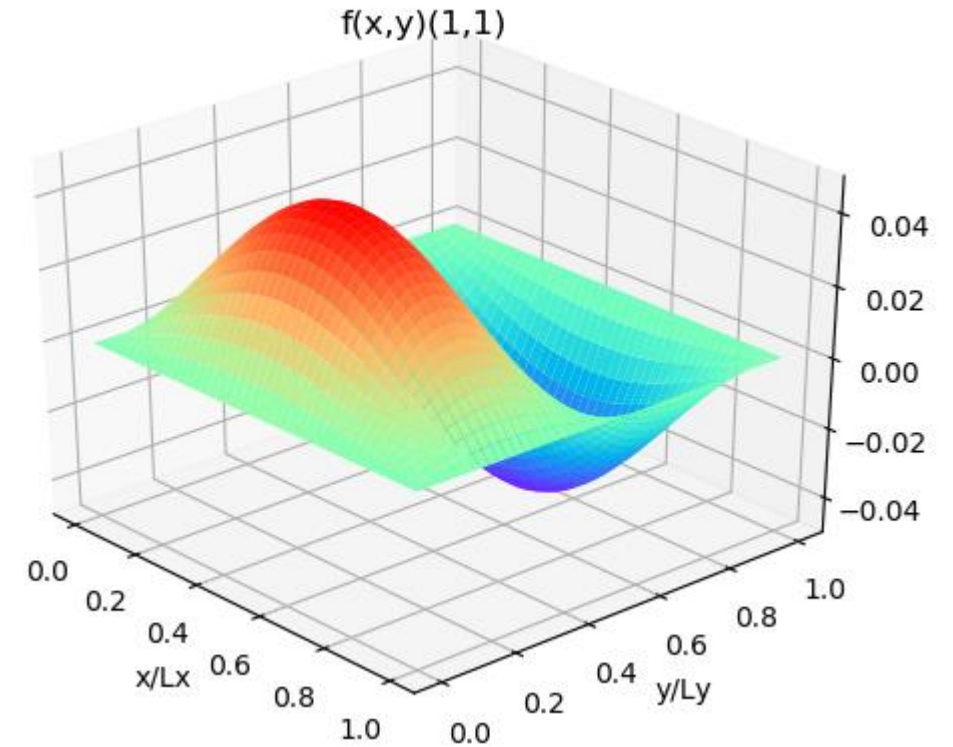
E : 전기장(또는 임의의 파동 함수)

K : 파수 Wave number

$$k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$$

시간에 따라 진동하는 파동방정식에서 시간을 분리해낸 주파수 영역의 파동 방정식
파동이 공간 속에서 어떻게 전파되고 반사되며, 공진하는지를 설명한다.

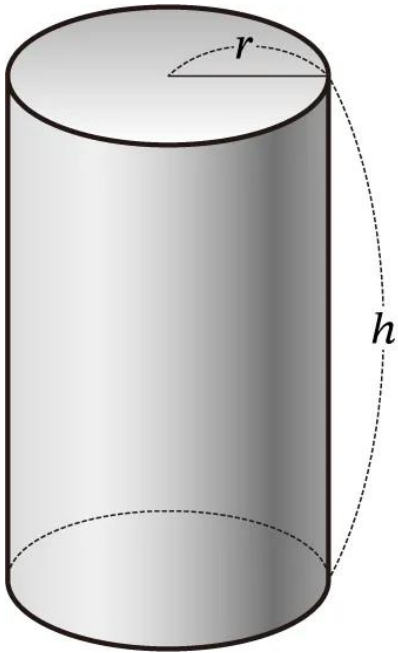
전자기파의 방사 특성을 해석할 때 반드시 풀어야 한다.



1. 개요

∇^2 이 문제가 되는 이유 우리는 원하는 형상에서의 E, H 를 얻기 위해 형상을 식으로 표현해야 한다

명확한 식이 간단하면 문제가 없다!

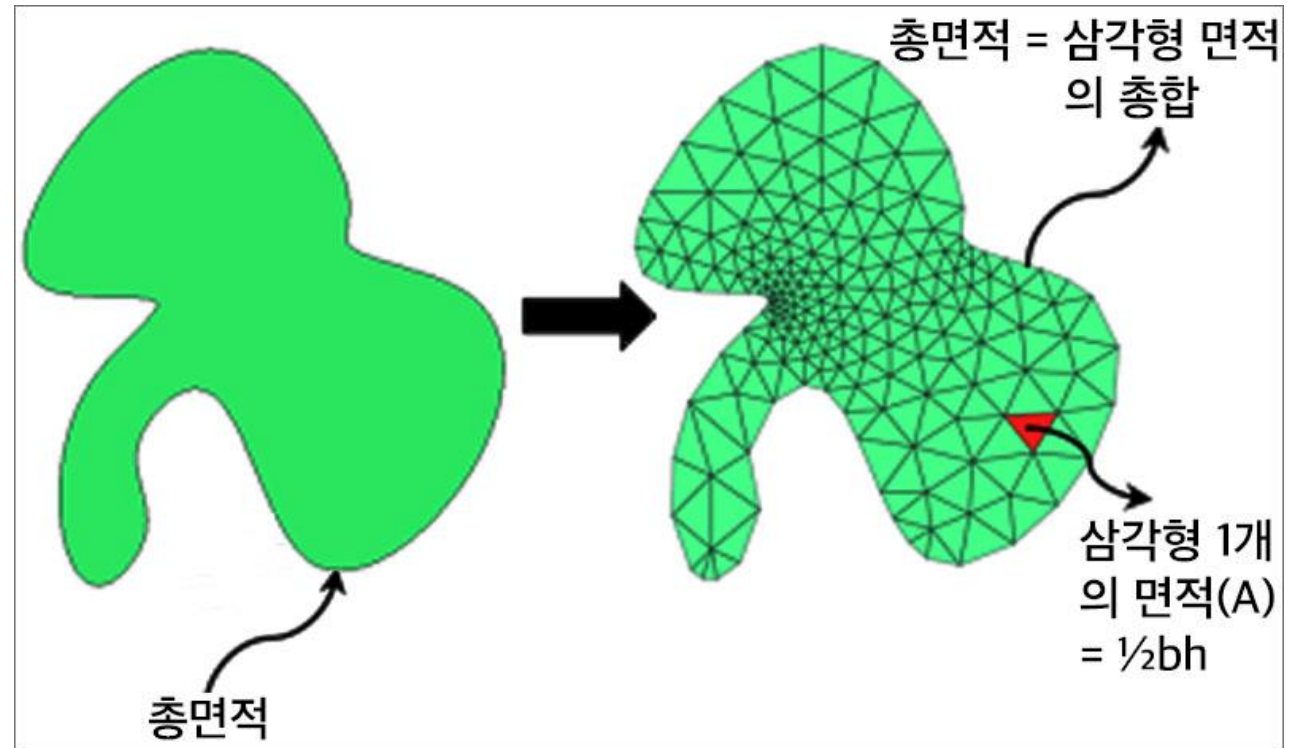
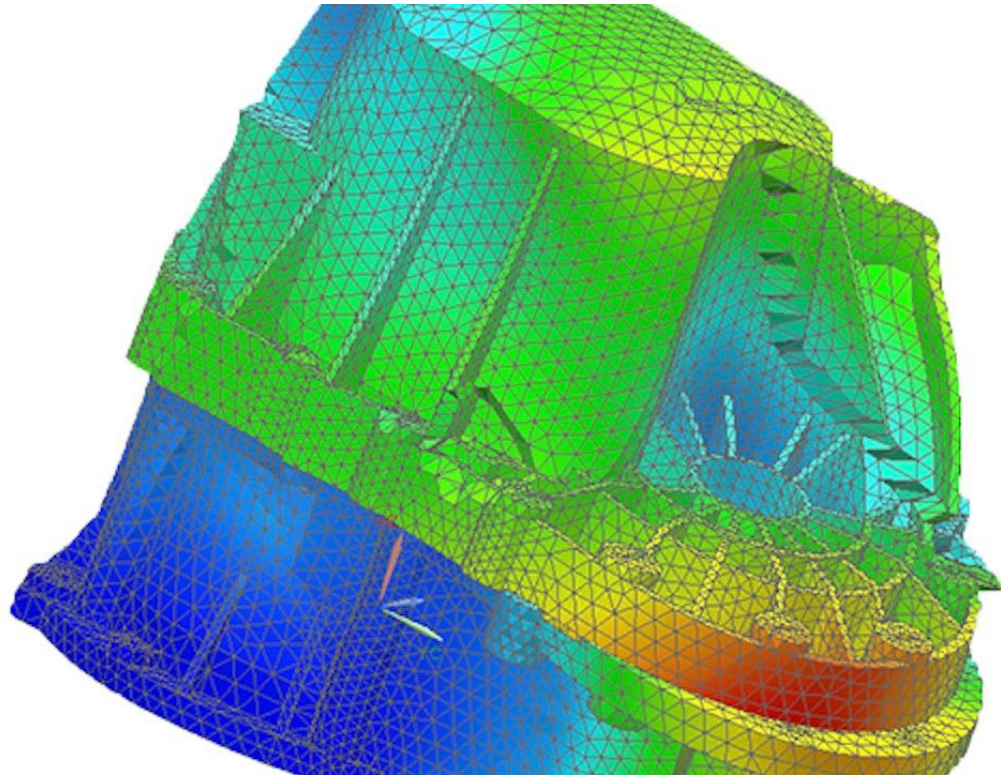


하지만, 간단한 식으로 표현하지 못한다면 이는 계산할 수 없다!

1. 개요

FEM

전체 공간을 잘게 쪼개서, 복잡한 문제를 단순한 문제들의 합으로 만들자



FEM

아주 작게 자른 사면체 조각 하나하나의 모양이 매우 단순하다. 웬만하면 사각형이나 삼각형 정도 이 단순한 조각 내부에서는 ∇^2 방정식을 1차, 2차 다항식 같은 아주 쉬운 수식으로 근사할 수 있다.

수만, 수백만 개의 조각들이 꼭짓점에서 서로 부드럽게 연결되도록 수식을 엮어 거대한 행렬 방정식($Ax = b$)을 만들고 컴퓨터로 푼다

FEM

주변을 보지 않으면 미분을 할 수 없다.

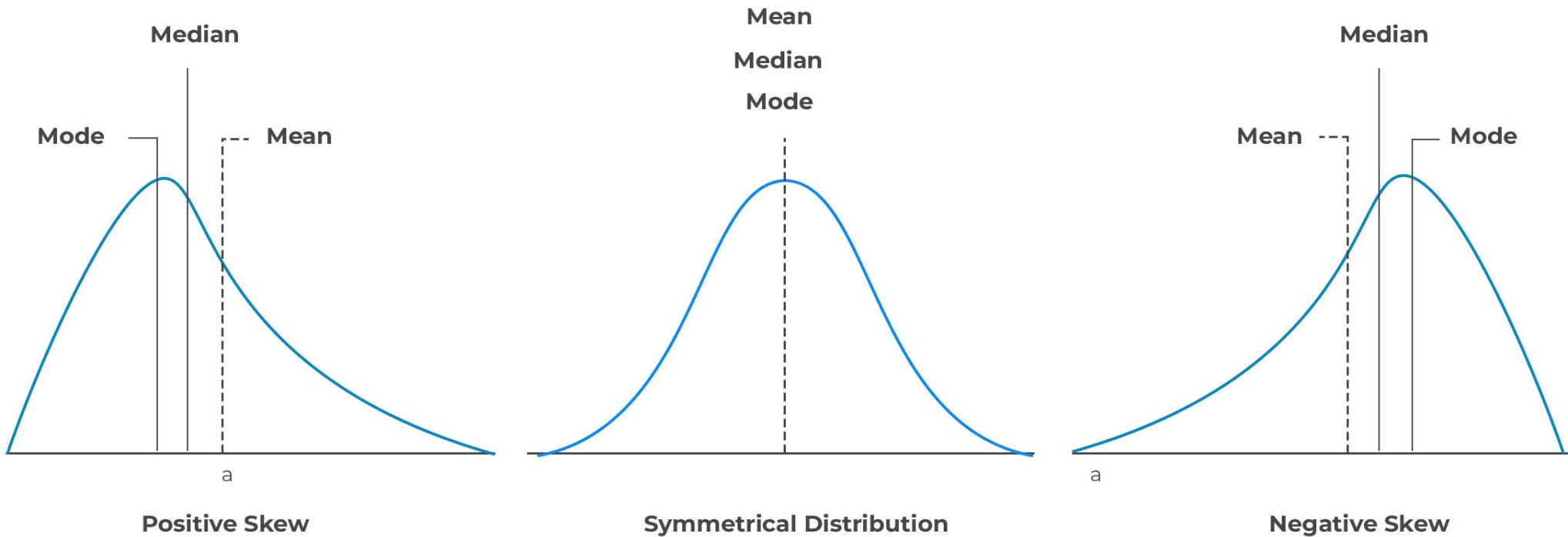
기울기나 곡률을 구하려면, 반드시 양 옆의 값을 가지고 와야 한다.

$$\nabla^2 E \approx \frac{E(x + \Delta x) - 2E(x) + E(x - \Delta x)}{\Delta x^2}$$

유한차분법

1. 개요

MoM 허공은 놔두고, 전자기파를 만드는 원인(표면/선)만 잘게 쪼개서 계산하자



전자기파를 만들어내는 Source 만 잘게 쪼개어 계산하는 방식

Far field 구할 때 좋다

1. 개요

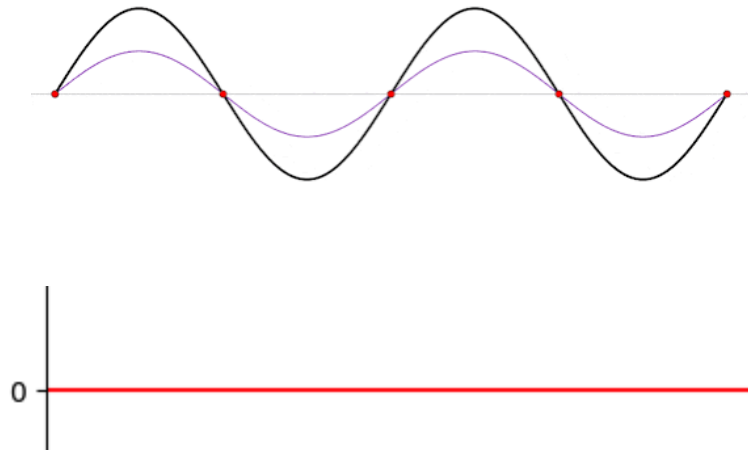
전기적 크기가 커진다면?



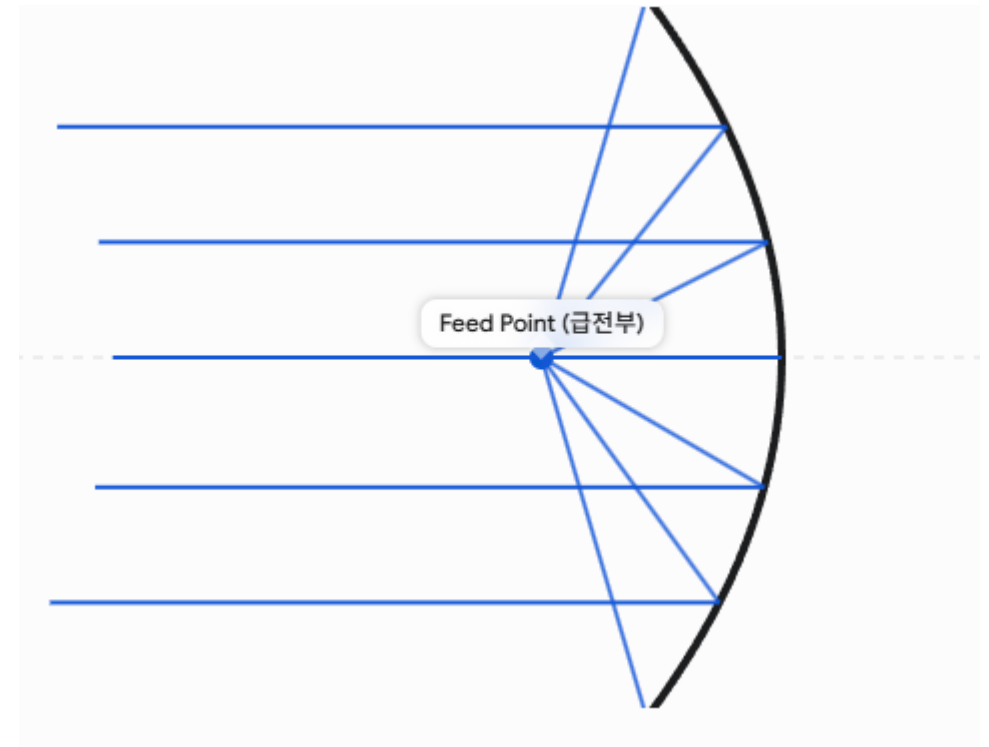
이걸 전부 매쉬로 쪼갰다고??
너무 많은 매쉬가 필요하다!
컴퓨터의 메모리 용량이 끝도없이 부족하다

1. 개요

GO Geometrical Optics



전자파를 빔처럼 취급하여, 파동의 성질을 완전히 무시하고 오직 직진, 반사, 굴절만 한다고 가정하는 해석하는 기법



회절이나 상쇄간섭 등 그 어떤것도 계산하지 않아 연산량을 많이 아낄 수 있다.

GO

$$\nabla^2 E + k_0^2 E = 0$$

$$E(\mathbf{r}) \approx E_0(\mathbf{r}) e^{-jk_0 S(\mathbf{r})}$$

$E_0(r)$: 전파의 진폭

$S(r)$: 위상 함수 또는 경로 길이

파동이 사라지며 적분도 안해도 되는 상태가 된다.

1차 미분 $-jk_0 \nabla S$

2차 미분 $(-jk_0 \nabla S) \times (-jk_0 \nabla S) = -k_0^2 |\nabla S|^2 + \text{잡다한 식들}$

GO

$$k_0^2(1 - |\nabla S|^2)E_0 + k_0 \times (\text{자잘한 1차 항들}) + (\text{더 자잘한 상수 항들}) = 0$$

$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$ 주파수가 높아져 파장이 짧아지면 파수는 늘어간다.
극한을 취하면 파수가 무한이 된다.

식 중에서 제일 값이 크게 나오는 항은 무조건 0이 되어야 한다.

$$1 - |\nabla S|^2 = 0$$

$$|\nabla S(r)|^2 = 1$$

아이코날 방정식

위상의 기울기가 항상 1이다  레이저

1. 개요

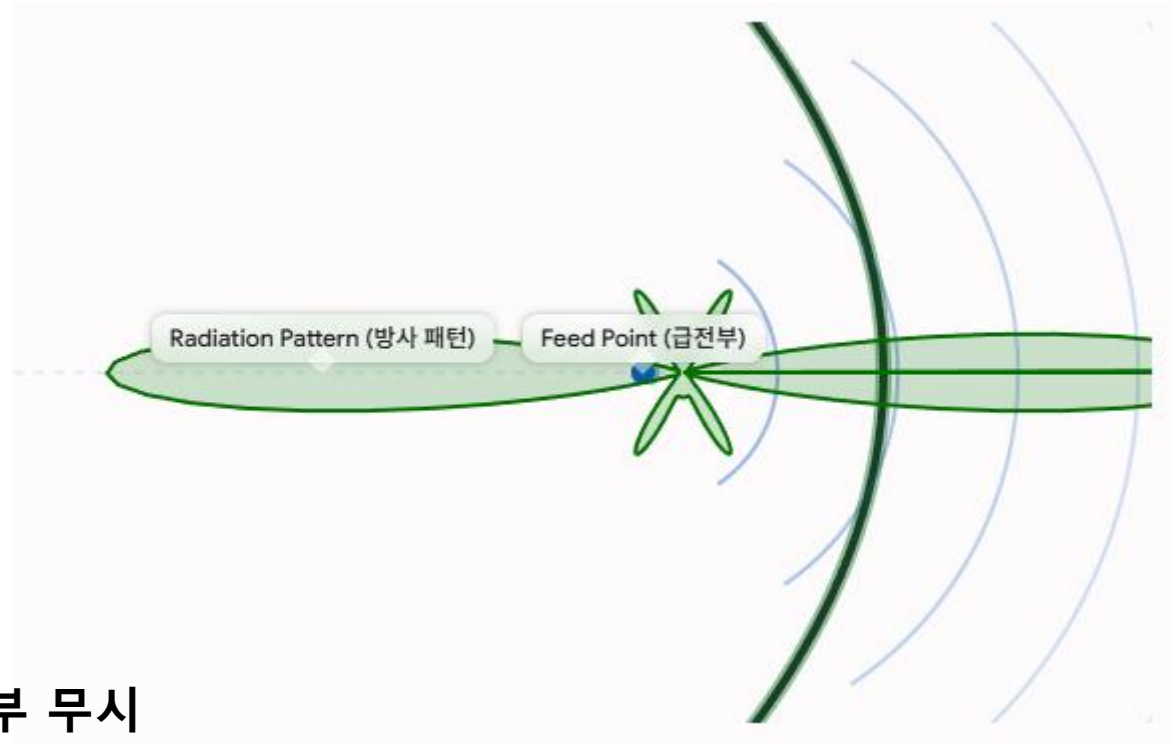
PO Physical Optics

파라볼라 안테나로 쬐을 때,
Feed에서 쏘면 반사판에 도달하기 까지 GO

반사판에 닿으면 그때 그 부분들에 대해 적분.

표면 Mesh 에 대해 전부 적분하는것이 아닌, 전부 무시
하고 단순 적분만 수행하게 된다.

닿은 면의 전류가 입사파에 두 배다. $2\hat{n} \times H_{inc}$
바로 옆 자기장의 영향들을 전부 무시!



GO, PO의 문제점

풀웨이브 해석

맥스웰 방정식, 헬름홀츠 방정식을 어떠한 가정, 생략도 없이 100% 온전하게 푸는방법

FEM, MoM 등

근사해석

파동이 가지는 모든 물리적 현상(방정식의 해)'을 계산하지 않고 회절, 표면파, 굴곡을 타고 흐르는 전파 등의 다양한 특성들을 전부 무시

PO, GO

풀웨이브가 무조건 더 정확하지만, 전기적 크기가 크면 컴퓨팅 자원의 한계로 해석이 불가능.
이때 정확도가 더 떨어지지만 일단 해석이 가능한 근사 기법을 활용

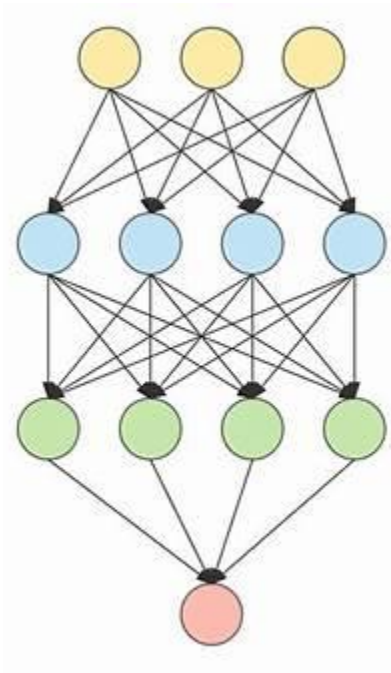
이 문제를 AI 로 해결할 순 없을까?

이미 수식이 있지만, 컴퓨팅 자원이 부족하다.

그러니 이 수식을 AI 한테 알려주고, AI의 w, b 를 이용한 연산량 압축 효과를 유도하자

물리정보를 알고 있는 AI PINN

PINN



Loss function

1. 입력으로는 해석하고자 하는 영역의 좌표 (x, y, z)

3. W 와 b 는 헬름홀츠 방정식을 만족하게끔 강제된다.

2. 안테나 형상 + 헬름홀츠 방정식

Autograd

그럼 PINN은 ∇^2 를 어떻게 해결할까??

PINN은 Mesh 가 아니다. 아무리 복잡한 구조여도, 하나의 식으로 정의하였으며 그 식은 PINN의 w 와 b 에 적용되어 있다 치고 계산하는 거다.

때문에 유한 차분법처럼 주변을 볼 필요 없이, 그냥 식을 미분해 버리면 된다.

공간 미분

출력된 전기장(E)을 입력된 좌표(x, y, z)에 대해 미분
라플라시안 구하기 위해서다

가중치 미분

최종적으로 계산된 오차를 w, b 에 대해 미분
오차 줄이기 위함이다.

결론

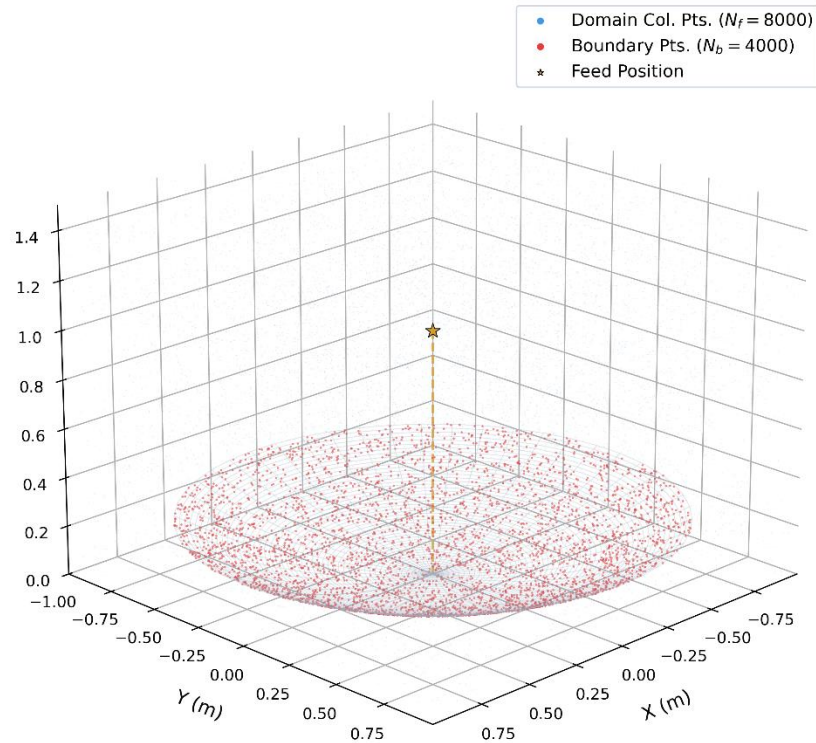
전기적으로 크기가 매우 커 FEM, MoM 등으로 해결하지 못한 안테나의 E, H 를 PINN을 통해 해석해 낼 수 있다.

PINN이 유리하려면 주파수가 높을 수록, 전기적 크기가 클 수록
즉, Mesh 가 오밀조밀하게 많이 박힐수록 알고리즘이 불리해 지고 PINN이 유리해 진다

2. PINN 기초 개념들

입력 데이터

Actual Dense PINN Sampling Geometry (1 Batch)



해석하고자 하는 영역에 대한 좌표가 입력 데이터
정답은 필요하지 않다.

2. PINN 기초 개념들

PDE

$$\mathcal{L}_{\mathcal{PD}\varepsilon} = \frac{1}{N_f} \sum_{i=1}^{N_f} |\nabla^2 \hat{u} + k^2 \hat{u} - f|^2$$

\hat{u} : AI가 추측한 답안지.

$\nabla^2 \hat{u} + k^2 \hat{u} - f$: 앞서 본 지배 방정식.

이항하면 0 되어야 한다

$\nabla^2 \rightarrow$ 라플라스 연산자. 미분 두 번 이다.

$$\nabla^2 u(x) + k^2 u(x) = f(x)$$

2. PINN 기초 개념들

BC

$$\mathcal{L}_{BC} = \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} |\hat{u}(x_{edge}) - g(x_{edge})|^2$$

$\hat{u}(x_{edge})$: AI가 출력한 가장자리 좌표의 값

$g(x_{edge})$: 원래의 가장자리 좌표의 값

이거 두 개로 MSE

비지도학습 이기 때문에, 가장자리 값을 무조건 0으로 해라 아니면 내부의 물리법칙과 같게 해라 이런 식으로 조건 설정

2. PINN 기초 개념들

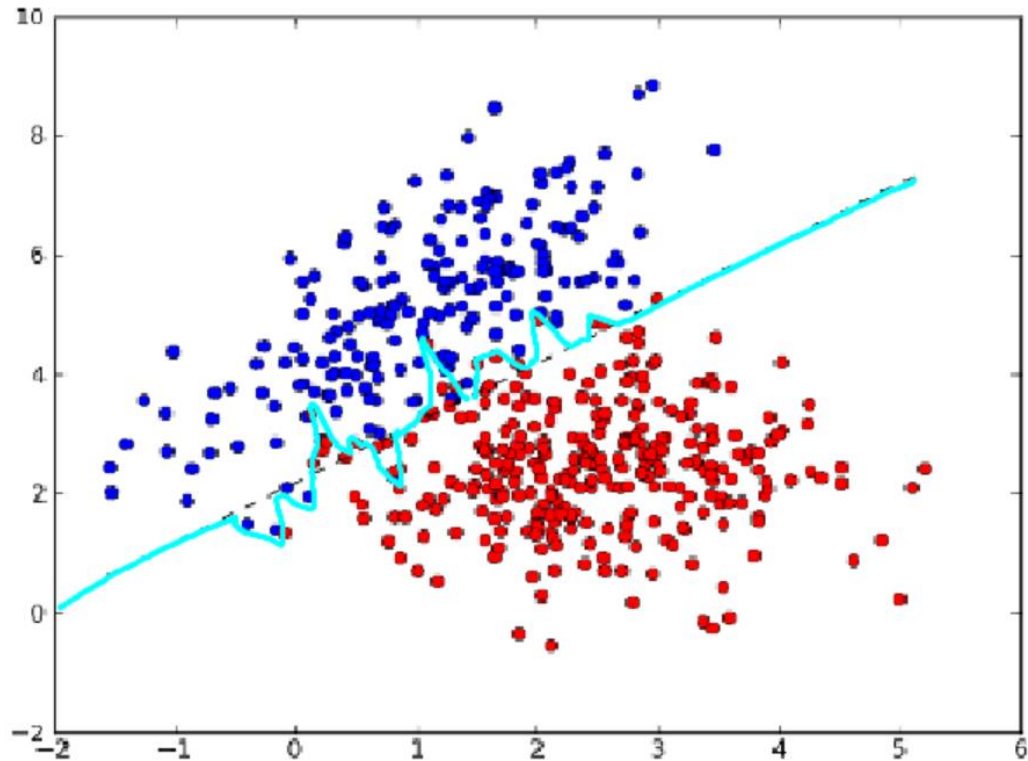
Loss Function

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\mathcal{PD}\varepsilon} + \mathcal{L}_{BC}$$

헬름홀츠 방정식과 안테나의 형상을 모두 만족시키기 위한 Loss Function

2. PINN 기초 개념들

그런데, AI는 저주파 부터 학습한다



고주파에 민감하면 미세한 변화까지 반응하기 때문

저주파부터 학습하게 설계되어있는 AI

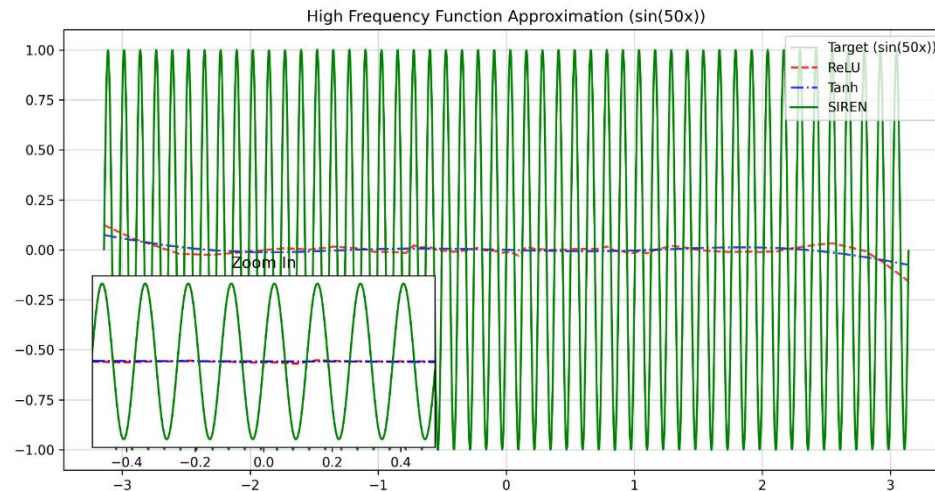
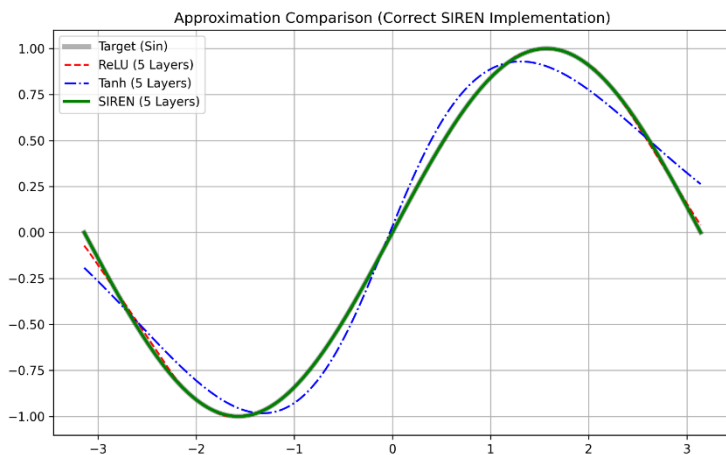
2. PINN 기초 개념들

고주파를 먹이기 위한 SIREN

$$\phi(x) = \sin(\omega_0 x)$$

ω_0 : 증폭 계수. 보통 30 사용

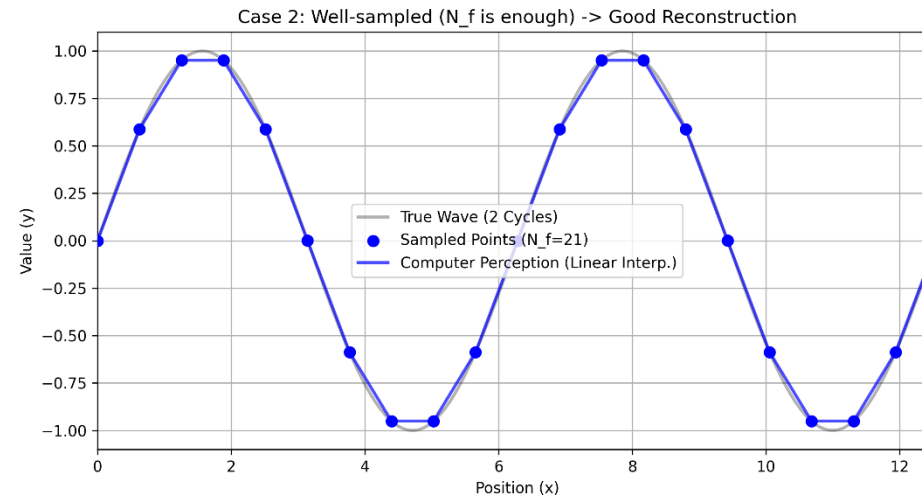
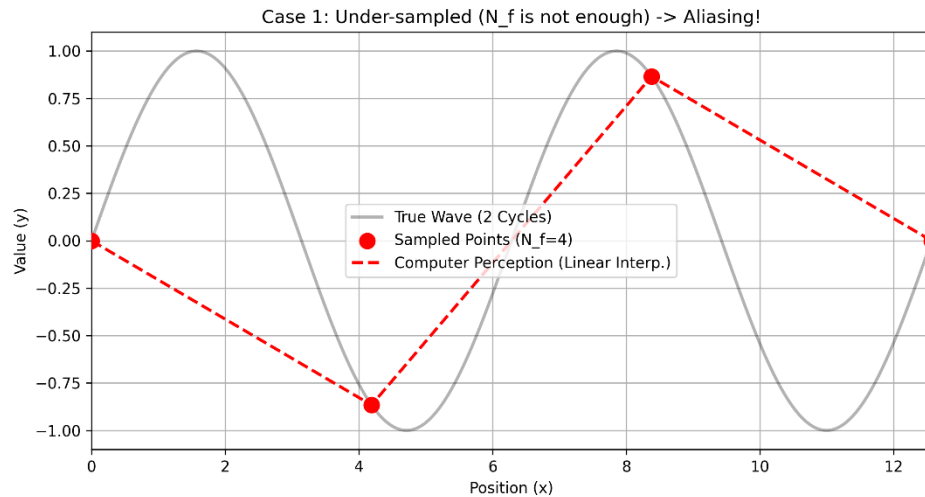
$$W \sim \mathcal{U}\left(-\frac{\sqrt{6/n}}{\omega_0}, \frac{\sqrt{6/n}}{\omega_0}\right)$$



2. PINN 기초 개념들

전기적으로 크기가 커지면, PINN 도 메모리 많이 잡아먹는거 아닌가요?

나이퀴스트 원리!



주파수가 고주파인지 저주파인지에 따라 N_f 값 정하면 된다.

이쁘게 나오는 N_f 는 파장당 10 ~ 20개 이다.

2. PINN 기초 개념들

이를 해결하기 위한 Envelop



빠르게 진동하는 $\sin(kx)$ 부분은 우리가 이미 수식으로 알고 있다.
굳이 모델에 학습시키지 말고, 수학으로 그냥 곱해주자.
대신 딥러닝은 천천히 변하는 꺾데기만 배우게 하자

2. PINN 기초 개념들

Envelop

PINN

$$u(x) = \text{Network}(x)$$

신경망이 $u(x)$ 전체를 다 예측해야 한다.
고주파 진동까지 다 그려내야 하므로 파장당 10개의 점이 필수이다.

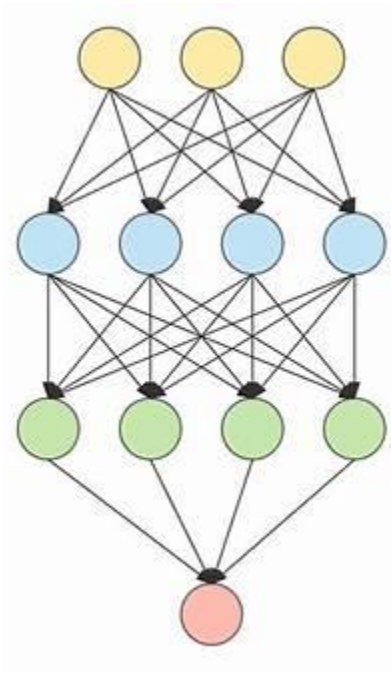
포락선 PINN

$$u(x) = \text{Network}(x) \times e^{jkx}$$

e^{jkx} : 진동하는 고주파 성분. 이건 학습하는 게 아닌, 우리가 그냥 곱해주는 식 이다.
 $\text{Network}(x)$: 여기가 포락선이다. 신경망은 진동을 뺀 나머지 진폭과 위상의 느린 변화만 학습한다.

2. PINN 기초 개념들

완성된 PINN 아키텍처

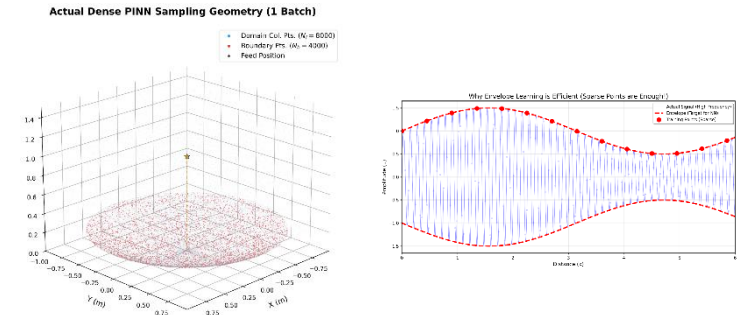


Loss function

1. 입력으로는 해석하고자 하는 영역의 좌표 (x, y, z)
Envelop 이 적용되어 들어온다.

3. W 와 b 는 헬름홀츠 방정식을 만족하게끔 강제된다. $\phi(x) = \sin(\omega_0 x)$
고주파 학습을 위해 SIREN 활성화 함수가 사용된다.

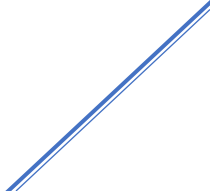
2. 안테나 형상 + 헬름홀츠 방정식
계산시 고주파를 곱한 후 계산한다.



4. PINN 실습

ONECLICK AI

https://gihak111.github.io/ai/2026/06/08/AI_Learn_with_Colab_upload.html



3. PINN은 어떤걸 할 수 있을까?

이전의 PINN 사용처

유체역학에서 PINN이 어떻게 사용되어 왔는지 설명하자

위치 매매하다 옮기자

나는 이걸 이렇게 어떻게 바꾸어서 올바른 결과가 나오는 PINN 코드를 만들었다.

감사합니다